

常用概率分布表

类	分布	数学标记	参数	分布律或概率密度	数学期望	方差
离散型	单点分布 (退化分布)	$b_0(a, 1)$	a	$P(x = a) = 1$	a	0
	(0-1)分布 (两点分布或伯努利分布)	$b(1, p)$	$0 < p < 1$	$P\{X = k\} = p^k(1-p)^{1-k}, k = 0, 1$	p	$1-p$
	二项分布	$B(n, p)$	$0 < p < 1$ $n \geq 1$	$P\{X = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ $k=0, 1, 2, \dots$	np	$np(1-p)$
	负二项分布 (帕斯卡分布)	$B_0(r, p)$	$0 < p < 1$ $r \geq 1$	$P\{X = k\} = C_{k-1}^{r-1} p^r (1-p)^{k-r}$ $k=r, r+1, \dots$	$\frac{r}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$
	几何分布	$G(p)$	$0 < p < 1$	$P\{X = k\} = (1-p)^{k-1} p$ $k=1, 2, \dots$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
	超几何分布	$H(N, M, n)$	N, M, n $(M \leq N, n \leq N)$	$P\{X = k\} = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$ $k \in Z, \max\{0, n-N+M\} \leq k \leq \min\{n, M\}$	$\frac{nM}{N}$	$\frac{nM}{N} \left(1 - \frac{M}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$
	泊松分布	$\pi(\lambda)$	$\lambda > 0$	$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ $k=0, 1, 2, \dots$	λ	λ
连续型	均匀分布	$U(a, b)$	$a < b$	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
	正态分布 (高斯分布)	$N(\mu, \sigma^2)$	μ $\sigma > 0$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ	σ^2
	对数正态分布	若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 且 $Y = e^X$ 则 Y 服从该分布	μ $\sigma > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$
	逆高斯分布	$N^{-1}(\mu, \lambda)$	$\lambda, \mu > 0$	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}} e^{-\lambda(x-\mu)^2/(2\mu^2 x)}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	μ	$\frac{\mu^3}{\lambda}$
	Γ 分布 (伽玛分布)	$\Gamma(\alpha, \beta)$	$\alpha, \beta > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^2$
	指数分布 (负指数分布)	$\Gamma(1, \theta)$	$\theta > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	θ	θ^2
	注: 指数分布是 Γ 分布的特殊情况					
	χ^2 分布	$\chi^2(n)$	$n \geq 1$	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	n	$2n$
	非中心 χ^2 分布	$\chi^2(n, \lambda)$	$n \geq 1$ $\lambda > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{(x+\lambda)}{2}}}{2^{n/2}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^{\frac{n}{2}+i-1} \lambda^i}{\Gamma(\frac{n}{2}+i) 2^{2i} i!}, & (x > 0) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$n + \lambda$	$2(n + 2\lambda)$
韦布尔分布	$W(\eta, \beta)$	$\eta, \beta > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\eta \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$	$\eta^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right]^2 \right\}$	
拉普拉斯分布		μ $\lambda > 0$	$f(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{ x-\mu }{\lambda}}$	μ	$2\lambda^2$	

瑞利分布		$\sigma > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$	$\frac{4-\pi}{2}\sigma^2$
帕雷托分布	$P(r, a)$	$r, a > 0$	$f(x) = \begin{cases} ra^r x^{r+1}, & (x \geq a) \\ 0, & (x < a) \end{cases}$	$\frac{ra}{r-1}$ $(r > 1)$	$\frac{ra^2}{(r-1)^2(r-2)}$ $(r > 2)$
极值分布	$E(\alpha, \beta)$	α $\beta > 0$	$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} \frac{x-\alpha}{\beta}$	$\alpha + \gamma\beta$ (γ 是欧拉常数)	$\frac{\pi^2\beta^2}{6}$
注: 若 X 服从韦布尔分布 $W(\lambda, \mu)$, 则 $Y = -\beta \ln X^\mu \lambda + \alpha$ 服从 $E(\alpha, \beta)$ 分布.					
逻辑斯蒂分布		α $\beta > 0$	$f(x) = \frac{e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}{\beta \left(1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right)^2}$	α	$\frac{\pi^2\beta^2}{3}$
β 分布	$\beta(\alpha, \beta)$	$\alpha, \beta > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$
柯西分布	$C(\lambda, \mu)$	α $\lambda > 0$	$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\lambda^2 + (x - \alpha)^2}$	不存在	不存在
t 分布 (学生氏分布)	$t(n)$	$n \geq 1$	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}$	$0, n > 1$	$\frac{n}{n-2}, n > 2$
非中心 t 分布	$t(n, \delta)$	δ $n \geq 1$	$f(x) = \frac{n^{n/2} e^{-\frac{\delta^2}{2}}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) (n+x^2)^{\frac{n+1}{2}}} \sum_{i=0}^{\infty} \Gamma\left(\frac{n+i-1}{2}\right) \left(\frac{\delta^i}{i!}\right) \left(\frac{2x^2}{2+x^2}\right)^{n/2}$	$\frac{\delta\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ $(n > 1)$	$\frac{n(1+\delta^2)}{n-2} - \frac{n\delta^2}{2} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\right)^2$ $(n > 2)$
F 分布	$F(n_1, n_2)$	n_1, n_2	$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left[\frac{n_1+n_2}{2}\right]}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}-1} \left(1 + \frac{n_1}{n_2}x\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\frac{n_2}{n_2-2}, n_2$ > 2	$\frac{2n_2^2(n_1+n_2-2)}{n_1(n_2-2)^2(n_2-4)}$, $n_2 > 2$
非中心 F 分布	$F(m, n; \lambda)$ m, n 为二自由度	λ	$f(x) = \begin{cases} \frac{m^{m/2} n^{n/2}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} e^{-\frac{\lambda}{2}x} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda mx}{2}\right)^k \Gamma\left(\frac{m+n}{2} + k\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2} + k\right) k! (mx+n)^{\frac{m+n}{2}+k}}, & (x > 0) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\frac{n(m+\lambda)}{m(n-2)}$ $(n > 2)$	$\frac{2n^2}{m^2(n-2)^2(n-4)} [(m+\lambda)^2 + (n-2)(m+2\lambda)]$ $(n > 4)$